

## Mathematik G und RG – Themenbereiche für die mündliche Reifeprüfung

### 1) Zahlenbereiche und algebraische Gleichungen

- Wissen über die Zahlenmengen  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$  verständig einsetzen und Zahlenbereichserweiterungen erklären.
- Wissen über algebraische Begriffe angemessen einsetzen: Variable, Term, Gleichungen, Äquivalenz, Umformungen, Lösbarkeit.
- Terme und Formeln aufstellen und interpretieren.
- Fundamentalsatz der Algebra beschreiben und damit Polynome in Linearfaktoren aufspalten.
- Über mögliche Anzahl von reellen und komplexen Lösungen einer algebraischen Gleichung diskutieren (auch im Hinblick auf den Grad einer Gleichung und das typische Aussehen des Graphen).

### 2) Lineare und quadratische Gleichungen sowie quadratische Funktion

- Lineare und quadratische Gleichungen in einer Variable umformen/lösen, Lösungsfälle diskutieren, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten.
- Quadratische Funktionen beim Modellbilden nützen.
- Einfluss von Parametern auf die Lösungsfälle linearer und quadratischer Gleichungen bzw. auf die Lage des Funktionsgraphen untersuchen.

### 3) Gleichungssysteme und analytische Geometrie der Ebene

- Vektoren als Zahlentupel verständig einsetzen und im Kontext deuten.
- Vektoren geometrisch (als Punkte bzw. Pfeile) deuten und verständig einsetzen.
- Definition der Rechenoperationen mit Vektoren (Addition, Multiplikation mit einem Skalar, Skalarmultiplikation) kennen und Rechenoperationen verständig einsetzen und (auch geometrisch) deuten.
- Normalvektoren in  $\mathbb{R}^2$  aufstellen, verständig einsetzen und interpretieren.
- Zusammenhang zwischen linearer Gleichung in zwei Variablen und Gerade in der Ebene erklären.
- Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, Lösungsfälle diskutieren, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten.
- Geraden durch (Parameter-)Gleichungen in  $\mathbb{R}^2$  angeben können; Geradengleichungen interpretieren; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und zwischen Punkt und Gerade) analysieren, Schnittpunkte ermitteln.

#### 4) Analytische Geometrie des Raumes

- Vektoren in  $\mathbb{R}^3$  (in geometrischen Situationen) verständig einsetzen.
- Das Vektorprodukt (Kreuzprodukt) verständig einsetzen und interpretieren.
- Geraden durch (Parameter-)Gleichungen in  $\mathbb{R}^3$  angeben können; Geradengleichungen interpretieren; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und zwischen Punkt und Gerade) analysieren, Schnittpunkte ermitteln.
- Ebenen durch (Parameter-)Gleichungen in  $\mathbb{R}^3$  angeben können; Ebenengleichungen interpretieren; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und Ebenen bzw. zwei und drei Ebenen) analysieren, Schnittpunkte lösen.

#### 5) Trigonometrie und Winkelfunktionen

- Definitionen von Sinus, Cosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck beschreiben und zur Auflösung rechtwinkliger Dreiecke einsetzen.
- Definition von Sinus und Cosinus für Winkel größer  $90^\circ$  am Einheitskreis beschreiben und verständig einsetzen.
- Definition der Winkelfunktionen Sinus und Cosinus als reelle Funktionen beschreiben und grafisch darstellen.
- Grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene Zusammenhänge der Art  $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c)$  als allgemeine Sinusfunktion erkennen und ihre Eigenschaften in Abhängigkeit der Parameter  $a, b$  und  $c$  beschreiben.
- Aus Graphen und Gleichungen von allgemeinen Sinusfunktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten.
- Periodizität als charakteristische Eigenschaft kennen und im Kontext deuten.

#### 6) Funktionen

- Für gegebene Zusammenhänge entscheiden, ob man sie als Funktion betrachten kann.
- Formeln als Darstellung von Funktionen interpretieren und den Funktionstyp zuordnen.
- Funktionen als mathematische Modelle verstehen und damit verständig arbeiten.
- Durch Gleichungen (Formeln) gegebene Funktionen mit mehreren Veränderlichen im Kontext deuten und Funktionswerte ermitteln.
- Eigenschaften von Funktionen erkennen, benennen, im Kontext deuten und zum Erstellen von Funktionsgraphen einsetzen: Monotonie, Monotoniewechsel (lokale Extrema), Wendepunkte, Periodizität, Achsensymmetrie, asymptotisches Verhalten, Schnittpunkte mit den Achsen.
- Einen Überblick über die wichtigsten Typen mathematischer Funktionen (lineare Funktionen, Potenzfunktionen, Polynomfunktionen, Winkelfunktionen, Exponentialfunktionen) geben und ihre Eigenschaften vergleichen.

### 7) Lineare Funktion

- Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene lineare Zusammenhänge als lineare Funktionen erkennen bzw. betrachten; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln.
- Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen linearer Funktionen Werte(paare) sowie die Parameter  $k$  und  $d$  der linearen Funktion  $f(x) = k \cdot x + d$  ermitteln, die Wirkung der Parameter  $k$  und  $d$  kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten.
- Charakteristische Eigenschaften kennen und im Kontext deuten:

$$f(x + 1) = f(x) + k \quad \text{und} \quad f(x) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = k = f'(x)$$

- Die Angemessenheit einer Beschreibung mittels linearer Funktionen bewerten.
- Direkte Proportionalität als lineare Funktion vom Typ  $f(x) = k \cdot x$  beschreiben.

### 8) Potenzfunktion und Polynomfunktion

- Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene Zusammenhänge als entsprechende Potenzfunktion erkennen bzw. betrachten; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln.
- Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Potenzfunktionen Werte(paare) sowie die Parameter  $a$  und  $b$  der Potenzfunktion  $f(x) = a \cdot x^z + b$  ermitteln, die Wirkung der Parameter  $a$  und  $b$  kennen und die Parameter im Kontext deuten.
- Indirekte Proportionalitätsfkt. als Potenzfunktion vom Typ  $f(x) = \frac{a}{x}$  beschreiben.
- Typische Verläufe der Graphen von Polynomfunktion vom Grad  $n$  (er)kennen.
- Den Zusammenhang zwischen dem Grad der Polynomfunktion und der Anzahl der Null-, Extrem- und Wendestellen beschreiben.
- Eigenschaften von Polynomfunktionen wie Monotonie, Extrema, Wendestellen und Krümmungsverhalten mit Hilfe der Differentialrechnung ermitteln und argumentieren.

### 9) Exponentialfunktion und Wachstumsmodelle

- Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene exponentielle Zusammenhänge als Exponentialfunktion erkennen bzw. betrachten; zwischen diesen Darstellungsformeln wechseln.
- Die Wirkung der Parameter  $a$  und  $b$  der Exponentialfunktion  $f(x) = a \cdot b^x$  bzw. der Parameter  $c$  und  $\lambda$  der Exponentialfunktion  $g(x) = c \cdot e^{\lambda \cdot x}$  kennen und im Kontext deuten.
- Charakteristische Eigenschaften kennen und im Kontext deuten:

$$f(x + 1) = b \cdot f(x) \quad \text{und} \quad (e^x)' = e^x$$

- Die Begriffe „Halbwertszeit“ und „Verdopplungszeit“ kennen, die entsprechenden Werte berechnen und im Kontext deuten.
- Exponentialgleichungen lösen
- Exponentialfunktion beim Modellieren nutzen und die Angemessenheit einer Beschreibung mittels Exponentialfunktion bewerten.
- Verschiedene Wachstumsmodelle zum Modellieren verwenden und miteinander vergleichen (lineares, exponentielles, beschränktes und logistisches Wachstum).

**10) Änderungsmaße und Grundlagen der Differentialrechnung**

- Absolute und relative (prozentuelle) Änderungsmaße unterscheiden und angemessen verwenden.
- Den Zusammenhang Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate) und Differentialquotient (lokale Änderungsrate) auf Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffs grafisch erklären und damit (verbal und auch in formaler Schreibweise) kontextbezogen anwenden.
- Den Differenzen- und Differentialquotienten in verschiedenen Kontexten, insbesondere in Bewegungsaufgaben und als Steigungen von Sekanten und Tangenten, deuten und entsprechende Sachverhalte durch den Differenzen- bzw. Differentialquotienten beschreiben.
- Regeln des Differenzierens kennen und anwenden: Potenzregel, Summenregel, Regeln für  $[k \cdot f(x)]'$  und  $[f(k \cdot x)]'$ , Produktregel, Quotientenregel und Kettenregel.

**11) Ableitungsfunktion und Stammfunktion**

- Den Begriff „Ableitungsfunktion“ und „Stammfunktion“ kennen und zur Beschreibung von Funktionen einsetzen.
- Den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion (bzw. Funktion und Stammfunktion) in deren grafischer Darstellung erkennen und beschreiben.
- Ableitungsfunktion und Stammfunktion einer Funktion im Kontext deuten und verständlich einsetzen.
- Eigenschaften von Funktionen mit Hilfe der Ableitung(sfunktion) beschreiben: Monotonie, lokale Extrema, Links- und Rechtskrümmung, Wendestellen.

**12) Summation und Integral**

- Den Begriff des bestimmten Integrals als Grenzwert einer Summe von Produkten deuten und beschreiben.
- Ober- und Untersummen berechnen und interpretieren.
- Das bestimmte Integral als orientierten Flächeninhalt interpretieren.
- Den Hauptsatz der der Differential- und Integralrechnung erklären und anwenden.
- Stammfunktionen ermitteln.
- Einfache Regeln des Integrierens kennen und anwenden: Potenzregel, Summenregel, Regeln für  $\int k \cdot f(x) dx$  und  $\int f(k \cdot x) dx$

**13) Anwendung der Integralrechnung**

- Das bestimmte Integral als orientierten Flächeninhalt deuten und Flächeninhalte berechnen, insbesondere zwischen mehreren Funktionsgraphen.
- Das bestimmte Integral als Volumen deuten und zur Volumsberechnung nutzen, insbesondere für Rotationskörper.
- Das bestimmte Integral zum Modellieren in verschiedenen Kontexten nutzen, insbesondere für Bewegungsaufgaben.

#### 14) Beschreibende Statistik

- Werte aus tabellarischen und elementaren grafischen Darstellungen ablesen (bzw. zusammengesetzte Werte ermitteln) und im jeweiligen Kontext interpretieren: (un-)geordnete Liste, Strichliste, Säulen-, Balken-, Linien-, Stängel-Blatt-, Histogramm, Prozentstreifen, Boxplot (Kastenschaubild).
- Tabellen und einfache statistische Grafiken erstellen.
- Statistische Kennzahlen ermitteln und im jeweiligen Kontext interpretieren: absolute und relative Häufigkeit, arithmetisches Mittel, Median, Modus, Quartile, Spannweite, empirische Varianz und Standardabweichung.
- Definition und wichtige Eigenschaften der statistischen Kennzahlen angeben und nutzen sowie die Entscheidung für die Verwendung begründen.

#### 15) Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung

- Grundraum und Ereignisse verbal und formal angeben.
- Relative Häufigkeit als Schätzwert der Wahrscheinlichkeit verwenden und anwenden.
- Wahrscheinlichkeit unter Verwendung der Laplace-Annahme berechnen und interpretieren; Additionsregel und Multiplikationsregel anwenden und interpretieren.
- Mit Baumdiagrammen Wahrscheinlichkeiten ermitteln.
- Den Binomialkoeffizienten in geeigneten Situationen ermitteln und interpretieren.

#### 16) Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung

- Die Begriffe diskrete Zufallsvariable, (Wahrscheinlichkeits-)Verteilung, Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung deuten und verwenden.
- Die Binomialverteilung als Modell einer diskreten Verteilung beschreiben und Situationen erkennen, in denen mit Binomialverteilung modelliert werden kann.
- Die (Wahrscheinlichkeits-)Verteilung binomialverteilter Zufallsvariablen angeben und mit der Binomialverteilung in anwendungsorientierten Bereichen arbeiten.
- Erwartungswert sowie Varianz/Standardabweichung binomialverteilter Zufallsvariablen ermitteln und interpretieren.
- Den Binomialkoeffizienten in geeigneten Situationen ermitteln und interpretieren.

#### 17) Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung

- Die Begriffe stetige Zufallsvariable, Dichtefunktion, Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung deuten und verwenden.
- Normalapproximation der Binomialverteilung interpretieren und anwenden.
- Mit der Normalverteilung, auch in anwendungsorientierten Bereichen, arbeiten.
- Konfidenzintervalle als Schätzung für eine Wahrscheinlichkeit oder einen unbekanntem Anteil  $p$  interpretieren und verwenden.

### 18) Finanz- und Wirtschaftsmathematik

- Terme und Formeln mit Verzinsungen aufstellen und damit Kapitalberechnungen durchführen.
- Kosten-, Erlös- und Gewinnfunktionen aufstellen, grafisch darstellen und Werte(paare) ermitteln.
- Nullstellen, lokale Extrema und Wendestellen von Kosten-, Erlös- und Gewinnfunktionen bestimmen und interpretieren.
- Begriffe wie Betriebsoptimum, Grenzkosten, Fixkosten, Break-even-point, Gewinnschwelle etc. erklären und Berechnungen damit durchführen.