

Mathematik – Themenbereiche für die mündliche Reifeprüfung 2017/18

1. Zahlenbereiche und algebraische Gleichungen

- Wissen über die Zahlenmengen \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} verständig einsetzen, über Zahlenbereichserweiterungen Bescheid wissen
- Wissen über algebraische Begriffe angemessen einsetzen: Variable, Gleichungen; Äquivalenz, Umformungen, Lösbarkeit
- Algebraische Gleichungen höheren Grades durch Abspalten von Linearfaktoren lösen
- Über mögliche Anzahl von reellen und komplexen Lösungen diskutieren (auch im Hinblick auf den Grad einer Gleichung und das typische Aussehen des Graphen)
- Verschiedene Darstellungsformen von komplexen Zahlen ineinander überführen können
- Die vier Grundrechnungsarten mit komplexen Zahlen durchführen

2. Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen

- Quadratische Gleichungen in einer Variablen umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten
- Quadratische Funktionen beim Modellbilden nützen
- Einfluss von Parametern auf die Lösungsfälle quadratischer Gleichungen bzw. auf die Lage des Funktionsgraphen untersuchen

3. Gleichungssysteme und analytische Geometrie der Ebene

- Vektoren als Zahlentupel verständig einsetzen und im Kontext deuten
- Vektoren geometrisch (als Punkte bzw. Pfeile) deuten und verständig einsetzen
- Definition der Rechenoperationen mit Vektoren (Addition, Multiplikation mit einem Skalar, Skalarmultiplikation) kennen, Rechenoperationen verständig einsetzen und (auch geometrisch) deuten
- Normalvektoren in \mathbb{R}^2 aufstellen, verständig einsetzen und interpretieren
- Zusammenhang zwischen linearer Gleichung in zwei Variablen und Gerade in der Ebene kennen
- Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten
- Geraden durch (Parameter-)Gleichungen in \mathbb{R}^2 angeben können; Geradengleichungen interpretieren können; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und zwischen Punkt und Gerade) analysieren, Schnittpunkte ermitteln

4. Analytische Geometrie des Raumes

- Geraden durch (Parameter-)Gleichungen in \mathbb{R}^3 angeben; Geradengleichungen interpretieren; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und zwischen Punkt und Gerade) analysieren, Schnittpunkte ermitteln
- Ebenen durch (Parameter-)Gleichungen in \mathbb{R}^3 angeben können; Ebenengleichungen interpretieren; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und Ebenen bzw. zwei und drei Ebenen) analysieren, Schnittpunkte lösen

5. Trigonometrie und Winkelfunktionen

- Definitionen von Sinus, Cosinus, Tangens im rechtwinkligen Dreieck kennen und zur Auflösung rechtwinkliger Dreiecke einsetzen
- Definitionen von Sinus, Cosinus für Winkel größer als 90° kennen und einsetzen
- Sinussatz, Cosinussatz und trigonometrische Flächeninhaltsformel
- Definition von \sin , \cos und \tan am Einheitskreis
- Definition der Winkelfunktionen \sin , \cos und \tan als reelle Funktionen kennen und nutzen
- Winkelfunktionen graphisch darstellen
- Grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene Zusammenhänge der Art $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c)$ als allgemeine Sinusfunktion erkennen und ihre Eigenschaften in Abhängigkeit der Parameter a , b und c interpretieren
- Aus Graphen und Gleichungen von allgemeinen Sinusfunktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten
- Periodizität als charakteristische Eigenschaft kennen und im Kontext deuten
- Wissen, dass $\cos(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$
- Wissen, dass gilt: $[\sin(x)]' = \cos(x)$, $[\cos(x)]' = -\sin(x)$
- Graphen der Winkelfunktionen kontextbezogen und parameterabhängig interpretieren

6. Funktionen

- Für gegebene Zusammenhänge entscheiden, ob man sie als Funktionen betrachten kann
- Formeln als Darstellung von Funktionen interpretieren und den Funktionstyp zuordnen
- Funktionen als mathematische Modelle verstehen und damit verständlich arbeiten
- Durch Gleichungen (Formeln) gegebene Funktionen mit mehreren Veränderlichen im Kontext deuten, Funktionswerte ermitteln
- Eigenschaften von Funktionen erkennen, benennen, im Kontext deuten und zum Erstellen von Funktionsgraphen einsetzen: Monotonie, Monotoniewechsel (lokale Extrema), Wendepunkte, Periodizität, Achsensymmetrie, asymptotisches Verhalten, Schnittpunkte mit den Achsen
- Einen Überblick über die wichtigsten Typen mathematischer Funktionen (lineare Funktionen; Potenzfunktionen, Polynomfunktionen, Winkelfunktionen, Exponentialfunktionen) geben, ihre Eigenschaften vergleichen

7. Lineare Funktion $f(x) = k \cdot x + d$

- Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene lineare Zusammenhänge als lineare Funktionen erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln
- Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen linearer Funktionen Werte(paare) sowie die Parameter k und d ermitteln, die Wirkung der Parameter k und d kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten
- Charakteristische Eigenschaften kennen und im Kontext deuten können:

$$f(x + 1) = f(x) + k; f(x) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = k = f'(x)$$
- Die Angemessenheit einer Beschreibung mittels linearer Funktion bewerten
- Direkte Proportionalität als lineare Funktion vom Typ $f(x) = k \cdot x$ beschreiben

8. Potenzfunktion ($f(x) = a \cdot x^z + b, z \in \mathbb{Z}$) **und Polynomfunktion**

- Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene Zusammenhänge als entsprechende Potenzfunktionen erkennen bzw. betrachten; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln
- Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Potenzfunktionen Werte(paare) sowie die Parameter a und b ermitteln, die Wirkung der Parameter a und b kennen und die Parameter im Kontext deuten
- Indirekte Proportionalität als Potenzfunktion vom Typ $f(x) = \frac{a}{x}$ (bzw. $f(x) = a \cdot x^{-1}$) beschreiben
- Typische Verläufe von Graphen in Abhängigkeit vom Grad der Polynomfunktion (er)kennen
- Den Zusammenhang zwischen dem Grad der Polynomfunktion und der Anzahl der Null-, Extrem- und Wendestellen wissen
- Eigenschaften von Polynomfunktionen wie Monotonie, Extrema, Wendestellen und Krümmungsverhalten mit Hilfe der Differentialrechnung ermitteln und argumentieren

9. Exponentialfunktion und Wachstumsmodelle

- Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene exponentielle Zusammenhänge als Exponentialfunktion erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln
- Die Wirkung der Parameter a und b (bzw. e^λ) kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten
- Charakteristische Eigenschaften $f(x + 1) = b \cdot f(x)$; $(e^x)' = e^x$ kennen und im Kontext deuten
- Die Begriffe „Halbwertszeit“ und „Verdoppelungszeit“ kennen, die entsprechenden Werte berechnen und im Kontext deuten
- Exponentialgleichungen lösen
- Exponentialfunktion beim Modellbilden nutzen und die Angemessenheit einer Beschreibung mittels Exponentialfunktion bewerten
- Diskrete und stetige Wachstumsmodelle (Zusammenhang arithmetische Folge und lineare Funktion bzw. geometrische Folge und Exponentialfunktion)
- Verschieden Wachstumsmodelle zum Modellieren verwenden und miteinander vergleichen (lineares, exponentielles, beschränktes und logistisches Wachstumsmodell)

10. Änderungsmaße, Grundlagen der Differenzialrechnung

- Absolute und relative (prozentuelle) Änderungsmaße unterscheiden und angemessen verwenden
- Den Zusammenhang Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate) – Differentialquotient („momentane“ Änderungsrate) auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffes kennen und damit (verbal und auch in formaler Schreibweise) auch kontextbezogen anwenden
- Den Differenzen- und Differentialquotienten in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch den Differenzen- bzw. Differentialquotienten beschreiben
- Einfache Regeln des Differenzierens kennen und anwenden; Potenzregel, Summenregel, Regeln für $[k \cdot f(x)]'$ und $[f(k \cdot x)]'$

11. Ableitungsfunktion / Stammfunktion

- Den Begriff Ableitungsfunktion / Stammfunktion kennen und zur Beschreibung von Funktionen einsetzen
- Den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion (bzw. Funktion und Stammfunktion) in deren grafischer Darstellung erkennen und beschreiben
- Eigenschaften von Funktionen mit Hilfe der Ableitung(sfunktion) beschreiben: Monotonie, lokale Extrema, Links- und Rechtskrümmung, Wendestellen

12. Summation und Integral

- Den Begriff des bestimmten Integrals als Grenzwert einer Summe von Produkten deuten und beschreiben
- Ober und Untersummen berechnen und interpretieren
- Das bestimmte Integral als orientierten Flächeninhalt deuten
- Hauptsatz der Integralrechnung (den Zusammenhang zwischen Differenzieren und Integrieren beschreiben können)
- Ermitteln von Stammfunktionen
- Einfache Regeln des Integrierens kennen und anwenden können: Potenzregel, Summenregel, $\int k \cdot f(x)dx, \int f(k \cdot x)dx$

13. Anwendung der Integralrechnung

- Das bestimmte Integral als orientierter Flächeninhalt deuten, Flächeninhalte berechnen
- Das bestimmte Integral als Volumen deuten und zur Volumsberechnung nutzen
- Bestimmte Integrale zum Modellieren in verschiedenen Kontexten nutzen

14. Beschreibende Statistik

- Werte aus tabellarischen und elementaren grafischen Darstellungen ablesen (bzw. zusammengesetzte Werte ermitteln) und im jeweiligen Kontext angemessen interpretieren [*(un-)geordnete Liste, Strichliste, Säulen-, Balken-, Linien-, Stängel-Blatt-, Histogramm (als Spezialfall eines Säulendiagramms), Prozentstreifen, Kastenschaubild*]
- Tabellen und einfache statistische Grafiken erstellen
- Statistische Kennzahlen (absolute und relative Häufigkeiten; arithmetisches Mittel, Median, Modus; Quartile; Spannweite, empirische Varianz / Standardabweichung) im jeweiligen Kontext interpretieren; die angeführten Kennzahlen für einfache Datensätze ermitteln
- Definition und wichtige Eigenschaften des arithmetischen Mittels und des Medians angeben und nutzen, Quartile ermitteln und interpretieren, die Entscheidung für die Verwendung einer bestimmten Kennzahl begründen

15. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung

- Grundraum und Ereignisse in angemessenen Situationen verbal bzw. formal angeben
- Relative Häufigkeit als Schätzwert von Wahrscheinlichkeit verwenden und anwenden
- Wahrscheinlichkeit unter der Verwendung der Laplace-Annahme (Laplace-Wahrscheinlichkeit) berechnen und interpretieren, Additionsregel und Multiplikationsregel anwenden und interpretieren.

16. Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung

- Die Begriffe Zufallsvariable, (Wahrscheinlichkeits-)Verteilung, Erwartungswert und Standardabweichung verständlich deuten und einsetzen
- Binomialverteilung als Modell einer diskreten Verteilung kennen, Erwartungswert sowie Varianz / Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen ermitteln, Wahrscheinlichkeitsverteilung binomialverteilter Zufallsgrößen angeben, mit der Binomialverteilung in anwendungsorientierten Bereichen arbeiten
- Situationen erkennen und beschreiben, in denen mit Binomialverteilung modelliert werden kann

17. Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung

- Definition stetiger Zufallsvariable
- Normalverteilung
- Erwartungswert und Varianz von normalverteilten Zufallsvariablen im Kontext interpretieren
- Wahrscheinlichkeitsaussagen mit Hilfe der Normalverteilung machen
- Die Normalverteilung als approximative Beschreibung von Binomialverteilung erklären
- Konfidenzintervalle als Schätzung für eine Wahrscheinlichkeit oder einen unbekanntem Anteil p interpretieren und verwenden, Berechnungen auf Basis der Binomialverteilung oder einer durch die Normalverteilung approximierten Binomialverteilung durchführen

18. Finanz- und Wirtschaftsmathematik

- Bar und Endwerte von Zahlungen ermitteln
- Mit äquivalente Aufzinsfaktoren arbeiten
- Tilgungspläne erstellen
- Erlös- und Gewinnfunktionen bestimmen und maximieren
- Gewinnschwellen bzw. Break-even-point erklären und berechnen
- Begriffe wie Betriebsoptimum, Grenzkosten, Kostenfunktion, Grenzerlös, etc. erklären und Berechnungen damit durchführen