

Mathematik, G & RG – Themenbereiche für die mündliche Reifeprüfung

1. Grundbegriffe der Algebra

- Wissen über die Zahlenmengen \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} verständig einsetzen
- Wissen über algebraische Begriffe angemessen einsetzen: Variable, Terme, Formeln, (Un-)Gleichungen, Gleichungssysteme; Äquivalenz, Umformungen, Lösbarkeit

2. Lineare und quadratische Gleichungen

- Einfache Terme und Formeln aufstellen, umformen und im Kontext deuten können
- Lineare Gleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen und die Lösung im Kontext deuten
- Quadratische Gleichungen in einer Variablen umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten

3. Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme

Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten

4. Ungleichungen

Lineare Ungleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen
Ungleichungen graphisch lösen

5. Vektoren und analytische Geometrie der Ebene

- Vektoren als Zahlentupel verständig einsetzen und im Kontext deuten
- Vektoren geometrisch (als Punkte bzw. Pfeile) deuten und verständig einsetzen
- Definition der Rechenoperationen mit Vektoren (Addition, Multiplikation mit einem Skalar, Skalarmultiplikation) kennen, Rechenoperationen verständig einsetzen und (auch geometrisch) deuten
- Geraden durch (Parameter-)Gleichungen in \mathbb{R}^2 angeben können; Geradengleichungen interpretieren können; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und zwischen Punkt und Gerade) analysieren, Schnittpunkte ermitteln
- Normalvektoren in \mathbb{R}^2 aufstellen, verständig einsetzen und interpretieren

6. Analytische Geometrie des Raumes

- Geraden durch (Parameter-)Gleichungen in \mathbb{R}^3 angeben; Geradengleichungen interpretieren; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und zwischen Punkt und Gerade) analysieren, Schnittpunkte ermitteln

- Ebenen durch (Parameter-)Gleichungen in \mathbb{R}^3 angeben können; Ebenengleichungen interpretieren; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und Ebenen bzw. zwei und drei Ebenen) analysieren, Schnittpunkte lösen

7. Trigonometrie

- Definitionen von Sinus, Cosinus, Tangens im rechtwinkligen Dreieck kennen und zur Auflösung rechtwinkliger Dreiecke einsetzen
- Definitionen von Sinus, Cosinus für Winkel größer als 90° kennen und einsetzen

8. Funktionsbegriff, reelle Funktionen und Darstellungsformen

- Für gegebene Zusammenhänge entscheiden, ob man sie als Funktionen betrachten kann
- Formeln als Darstellung von Funktionen interpretieren und den Funktionstyp zuordnen
- Zwischen tabellarischen und grafischen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge wechseln
- Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Funktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten
- Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen grafisch und rechnerisch ermitteln und im Kontext interpretieren
- Funktionen als mathematische Modelle verstehen und damit verständlich arbeiten
- Durch Gleichungen (Formeln) gegebene Funktionen mit mehreren Veränderlichen im Kontext deuten, Funktionswerte ermitteln
- Einen Überblick über die wichtigsten (unten angeführten) Typen mathematischer Funktionen geben, ihre Eigenschaften vergleichen

9. Eigenschaften von Funktionen

- Eigenschaften von Funktionen erkennen, benennen, im Kontext deuten und zum Erstellen von Funktionsgraphen einsetzen: Monotonie, Monotoniewechsel (lokale Extrema), Wendepunkte, Periodizität, Achsensymmetrie, asymptotisches Verhalten, Schnittpunkte mit den Achsen
- Einfache Regeln des Differenzierens kennen und anwenden; Potenzregel, Summenregel, Regeln für $[k \cdot f(x)]'$ und $[f(k \cdot x)]'$

10. Lineare Funktion $f(x) = k \cdot x + d$

- Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene lineare Zusammenhänge als lineare Funktionen erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln
- Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen linearer Funktionen Werte(paare) sowie die Parameter k und d ermitteln und im Kontext deuten

- Die Wirkung der Parameter k und d kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten
- Charakteristische Eigenschaften kennen und im Kontext deuten können:

$$f(x+1) = f(x) + k; f(x) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = k = f'(x)$$
- Die Angemessenheit einer Beschreibung mittels linearer Funktion bewerten
- Direkte Proportionalität als lineare Funktion vom Typ $f(x) = k \cdot x$ beschreiben

11. Potenzfunktion mit $f(x) = a \cdot x^z + b, z \in \mathbb{Z}$ oder $f(x) = a \cdot x^{\bar{z}} + b$

- Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene Zusammenhänge dieser Art als entsprechende Potenzfunktionen erkennen bzw. betrachten; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln
- Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Potenzfunktionen Werte(paare) sowie die Parameter a und b ermitteln und im Kontext deuten
- Die Wirkung der Parameter a und b kennen und die Parameter im Kontext deuten
- Indirekte Proportionalität als Potenzfunktion vom Typ $f(x) = \frac{a}{x}$ (bzw. $f(x) = a \cdot x^{-1}$) beschreiben

12. Polynomfunktion $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

- Typische Verläufe von Graphen in Abhängigkeit vom Grad der Polynomfunktion (er)kennen
- Zwischen tabellarischen und grafischen Darstellungen von Zusammenhängen dieser Art wechseln
- Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Polynomfunktionen Funktionswerte, aus Tabellen, Graphen sowie aus quadratischen Funktionsgleichungen Argumentwerte ermitteln
- Den Zusammenhang zwischen dem Grad der Polynomfunktion und der Anzahl der Null-, Extrem- und Wendestellen wissen

13. Algebraische Gleichungen und komplexe Zahlen

- Die Definition der komplexen Zahlen wissen und in der Gauss'schen Zahlenebene darstellen
- Vier Grundrechnungsarten mit komplexen Zahlen durchführen und über Zahlenbereichserweiterungen Bescheid wissen
- Algebraische Gleichungen höheren Grades durch Abspalten von Linearfaktoren lösen
- Über mögliche Anzahl von reellen und komplexen Lösungen diskutieren (auch im Hinblick auf den Grad einer Gleichung und das typische Aussehen des Graphen)

14. Exponentialfunktion $f(x) = a \cdot b^x$ bzw. $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$ mit $a, b \in \mathbb{R}_+, \lambda \in \mathbb{R}$
und Logarithmusfunktion

- Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene exponentielle

Zusammenhänge als Exponentialfunktion erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln

- Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Exponentialfunktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten
- Die Wirkung der Parameter a und b (bzw. e^λ) kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten
- Charakteristische Eigenschaften $f(x + 1) = b \cdot f(x)$; $(e^x)' = e^x$ kennen und im Kontext deuten
- Die Begriffe „Halbwertszeit“ und „Verdoppelungszeit“ kennen, die entsprechenden Werte berechnen und im Kontext deuten
- Die Angemessenheit einer Beschreibung mittels Exponentialfunktion bewerten

15. Sinusfunktion, Cosinusfunktion

- Grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene Zusammenhänge der Art $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ als allgemeine Sinusfunktion erkennen bzw. betrachten; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln
- Aus Graphen und Gleichungen von allgemeinen Sinusfunktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten
- Die Wirkung der Parameter a und b kennen und die Parameter im Kontext deuten
- Periodizität als charakteristische Eigenschaft kennen und im Kontext deuten
- Wissen, dass $\cos(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$
- Wissen, dass gilt: $[\sin(x)]' = \cos(x)$, $[\cos(x)]' = -\sin(x)$

16. Änderungsmaße, Regeln für das Differenzieren

- Absolute und relative (prozentuelle) Änderungsmaße unterscheiden und angemessen verwenden
- Den Zusammenhang Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate) –Differentialquotient („momentane“ Änderungsrate) auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffes kennen und damit (verbal und auch in formaler Schreibweise) auch kontextbezogen anwenden
- Den Differenzen- und Differentialquotienten in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch den Differenzen- bzw. Differentialquotienten beschreiben
- Einfache Regeln des Differenzierens kennen und anwenden; Potenzregel, Summenregel, Regeln für $[k \cdot f(x)]'$ und $[f(k \cdot x)]'$

17. Ableitungsfunktion / Stammfunktion

- Den Begriff Ableitungsfunktion / Stammfunktion kennen und zur Beschreibung von Funktionen einsetzen
- Den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion (bzw. Funktion und

Stammfunktion) in deren grafischer Darstellung erkennen und beschreiben

- Eigenschaften von Funktionen mit Hilfe der Ableitung(sfunktion) beschreiben: Monotonie, lokale Extrema, Links- und Rechtskrümmung, Wendestellen

18. Summation und Integral

- Den Begriff des bestimmten Integrals als Grenzwert einer Summe von Produkten deuten und beschreiben
- Einfache Regeln des Integrierens kennen und anwenden können: Potenzregel, Summenregel, $\int k \cdot f(x)dx$, $\int f(k \cdot x)dx$; bestimmte Integrale von Polynomfunktionen ermitteln
- Das bestimmte Integral in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch Integrale beschreiben

19. Beschreibende Statistik

- Werte aus tabellarischen und elementaren grafischen Darstellungen ablesen (bzw. zusammengesetzte Werte ermitteln) und im jeweiligen Kontext angemessen interpretieren [(un-)geordnete Liste, Strichliste, Säulen-, Balken-, Linien-, Stängel-Blatt-, Histogramm (als Spezialfall eines Säulendiagramms), Prozentstreifen, Kastenschaubild]
- Tabellen und einfache statistische Grafiken erstellen, zwischen diesen Darstellungsformen wechseln
- Statistische Kennzahlen (absolute und relative Häufigkeiten; arithmetisches Mittel, Median, Modus; Quartile; Spannweite, empirische Varianz / Standardabweichung) im jeweiligen Kontext interpretieren; die angeführten Kennzahlen für einfache Datensätze ermitteln
- Definition und wichtige Eigenschaften des arithmetischen Mittels und des Medians angeben und nutzen, Quartile ermitteln und interpretieren, die Entscheidung für die Verwendung einer bestimmten Kennzahl begründen

20. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung

- Grundraum und Ereignisse in angemessenen Situationen verbal bzw. formal angeben
- Relative Häufigkeit als Schätzwert von Wahrscheinlichkeit verwenden und anwenden
- Wahrscheinlichkeit unter der Verwendung der Laplace-Annahme (Laplace-Wahrscheinlichkeit) berechnen und interpretieren, Additionsregel und Multiplikationsregel anwenden und interpretieren.
- Binomialkoeffizient berechnen und interpretieren

21. Wahrscheinlichkeitsverteilungen

- Die Begriffe Zufallsvariable, (Wahrscheinlichkeits-)Verteilung, Erwartungswert und Standardabweichung verständlich deuten und einsetzen
- Binomialverteilung als Modell einer diskreten Verteilung kennen – Erwartungswert sowie

Varianz / Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen ermitteln,
Wahrscheinlichkeitsverteilung binomialverteilter Zufallsgrößen angeben, mit der
Binomialverteilung in anwendungsorientierten Bereichen arbeiten

- Situationen erkennen und beschreiben, in denen mit Binomialverteilung modelliert werden kann
- Normalapproximation der Binomialverteilung interpretieren und anwenden

22. Schließende / Beurteilende Statistik

Konfidenzintervalle als Schätzung für eine Wahrscheinlichkeit oder einen unbekanntem Anteil p interpretieren und verwenden, Berechnungen auf Basis der Binomialverteilung oder einer durch die Normalverteilung approximierten Binomialverteilung durchführen

23. Folgen und Reihen

- Mit arithmetischen und geometrischen Folgen arbeiten
- Zusammenhänge zwischen arithmetischen Folgen und linearen Funktionen bzw. geometrischen Folgen und Exponentialfunktionen kennen und beschreiben
- Arithmetische und geometrische Summen in Sachsituationen (Sparen und Kredite) anwenden

24. Wirtschaftsmathematik

- Erlös- und Gewinnfunktionen bestimmen und maximieren
- Gewinnschwellen bzw. Break-even-point erklären und berechnen
- Begriffe wie Betriebsoptimum, Grenzkosten, Kostenfunktion, Grenzerlös, etc. erklären und Berechnungen damit durchführen